التمرين الأول : (05 نقاط)

1/ نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث :

$z^2 - 2\cos(\theta)z + 1 = 0$ .... (1) مع θ عدد حقيقي من المجال $\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$.

أ- أثبت أن للمعادلة (1) حلين مترافقين . 0,5

ب- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1) ، نرمز للحلين بـ z_1 وَ z_2 حيث $\operatorname{Im} z_1 \succ \operatorname{Im} z_2$ 0,5

ج- احسب قيمة $\dfrac{z_1^{2012} + z_2^{2012}}{1 + z_1^{2012} \times z_2^{2012}}$ ، ماذا تستنتج ؟ 01

2/ ليكن Z عدد مركب معرف كما يلي : $Z = \dfrac{z_1 + z_2}{1 + z_1 \times z_2}$

أ- احسب $\overline{Z}$ بدلالة z_1 وَ z_2 . 01

ب- استنتج أن Z عدد حقيقي موجب . 0,5

3/ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C وَ D لواحقها على الترتيب 1 ، i ، -1 ، $-i$ وَ النقطة M التي لواحقها $z = z_1$ أو $z = -\overline{z_2}$.

أ- أنشئ النقط A ، B ، C وَ D 0,5

ب- عين ثم أنشئ مجموعة النقط M عندما يتغير θ في المجال $\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$. 01

التمرين الثاني : (04 نقاط)

k وسيط حقيقي ، نعتبر في الفضاء المستويان (P) وَ (P') و المستقيم (Δ) المعرفة كما يلي :

$$(P): 2x - y - 6 = 0 \quad , \quad (P'): x - y + z = 0 \quad , \quad (\Delta): \begin{cases} x = k \\ y = 2k - 6 \\ z = k - 6 \end{cases}$$

1/ نعتبر النقط $A(1,-3,-6)$ ، $B(3,0,-3)$ ، $C(2,-2,-4)$

أ- بين أن النقط A ، B وَ C تعين مستوياً . 0,5

ب- تحقق أن معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) هي : $3x - y - z - 12 = 0$ 0,5

2/ أ- بين أن تقاطع المستويان (P) وَ (P') هو المستقيم (Δ) . 0,5

ب- عين تقاطع المستويات الثلاثة (ABC) ، (P) وَ (P') . 0,5

3/ ليكن (π_m) مجموعة المستويات المعرفة بالمعادلة :

$(2-m)x - y + mz + 6m - 6 = 0$ مع m وسيط حقيقي .

أ- بين أن المستويات (π_m) تشمل مستقيماً ثابتاً وَ هو (Δ) . 0, 5

ب- أكتب معادلة سطح الكرة (S) التي مركزها النقطة $\omega(2,1,2)$ وَ نصف قطرها 3 . 0, 5

ج- عين قيم m من أجلها المستويات (π_m) تمس الكرة (S) . 01

التمرين الثالث : (04 نقاط)

ليكن العدد ين الصحيحين : $a = n-1$ وَ $b = n^2+2n-2$

1/ عين مجموعة الأعداد الصحيحة n بحيث $(n-1)$ يقسم $(n+3)$. 01

2/ أ- برهن أن العددين a وَ b أوليان فيما بينهما . 01

ب- استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين : n^3-n^2+n-1 وَ $n^4+2n^3-n^2+2n-2$ 0,75

3/ عين قيم العدد الصحيح n من أجلها يكون : $(n-1)(n^2+1)$ قاسم للعدد $(n+3)(n^2+2n-2)$. 1,25

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I- لتكن g الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x حيث : $g(x) = x-1+2\ln x$

1/ ادرس تغيرات الدالة g . 01

2/ احسب $g(1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x . 0,5

3/ استنتج أن إذا كان $1 \succ x \succ 0$ فإن : $g\left(\frac{1}{x}\right) \succ 0$ و إذا كان : $x \succ 1$ فإن : $g\left(\frac{1}{x}\right) \prec 0$ 0,5

II- لتكن f الدالة المعرفة بـ : $f(x) = \begin{cases} 1-e^x+2\sqrt{1-e^x} & ; \ x \le 0 \\ x - x^2\ln x & ; \ x \succ 0 \end{cases}$

و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1/ أ- ادرس استمرارية الدالة f عند $x_0 = 0$. 0,5

ب- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0 = 0$ ، فسر النتيجة هندسياً . 0,75

2/ بين أنه من أجل كل $x \in]0;+\infty[$ فإن : $f'(x) = x.g\left(\frac{1}{x}\right)$. 0,5

3/ ادرس تغيرات الدالة f و الفروع اللانهائية لـ (C) . 1,5

4/ أ- اثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث : $\frac{7}{4} \prec \alpha \prec 2$. 0,5

ب- اثبت أن : $g(\alpha) = \frac{\alpha^2-\alpha+2}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصراً للعدد $g(\alpha)$ بتقريب 10^{-2}. 0,75

5/ أنشئ المنحنى (C). 01

مع الدعاء الصادق بالتوفيق و النجاح الدائمين

الأستاذ: تـوامـــي – ع