الثانويـــــة الجـــاحظ التأهيليـــــة	سلسلة رقم 6 : الحساب المثلثي	السنة الدراسية : 2012/2013
القســم : 1 علـــوم تجريبيـــة 1		مادة : الرياضيـــات
		استاذ : عبدالفتاح قويـــدر

تمرين 1 ليكن α عددا حقيقيا من المجال $\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$ بحيث : $sin\alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

1) أ- بين ان $cos\alpha = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$ و $cos2\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$

ب- تحقق من ان : α حل للمعادلة : $x \in \mathbb{R}\ ;\ cos4x = sinx$

2) أ- حل في المجال $\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$ المعادلة : $cos4x - sinx = 0$

ب- استنتج قيمة العدد α

تمرين 2 : نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية : $(E): sin3x + sin2x = 0$

1) حل في المجال $]-\pi;\pi]$ المعادلة (E)

2) أ- بين ان : $\forall x \in \mathbb{R}\ ; sin3x = sinx(4cos^2x - 1)$

ب- استنتج ان المعادلة (E) تكافئ $sinx(4cos^2x + 2cosx - 1) = 0$

ج-استنتج مما سبق حلول المعادلة : $4cos^2x + 2cosx - 1 = 0$

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $4X^2 + 2X - 1 + 0$ ، ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من $cos\frac{2\pi}{5}$ و $cos\frac{4\pi}{5}$

تمرين 3 :

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة : $(E): \tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4}+x\right) = 2\sqrt{2}$

1) حدد D مجموعة تعريف المعادلة (E)

2) أ- بين ان $\forall x \in \mathbb{R}\ ; cos2x = 2cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)$

ب- استنتج ان : $x \in D\ ; \tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4}+x\right) = \frac{2}{cos2x}$

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة (E)

تمرين 4:

1) ليكن x عنصرا من المجال $\left]0,\frac{\pi}{4}\right[$ نضع : $A(x) = \frac{cosx+sinx}{cosx-sinx}$

أ) تحقق من ان : $(cosx + sinx)^2 = 1 + sin2x$

ب)ين ان : $A(x) = \frac{1+sin2x}{cos2x}$ ،ثم استنتج ان : $A\left(\frac{\pi}{8}\right) = 1 + \sqrt{2}$

ج) بين ان : $A(x) = \frac{1+tanx}{1-tanx}$ ، ثم استنتج ان : $tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$

2) نعتبر $\mathbb{R}$ في المعادلة : $(E): cosx - (\sqrt{2}-1)sinx = 1$

أ- بين ان لكل x من $\mathbb{R}$: المعادلة (E) تكافئ $\cos\left(x+\frac{\pi}{8}\right) = cos\frac{\pi}{8}$

ب-) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة (E)

تمرين 5 :

1- ليكن a عددا حقيقيا

احسب $\sqrt{2}\cos(a-\frac{\pi}{4})$ بدلالة cosa و sina

ثم استنتج أن : $\text{sinacosa} = \cos^2\left(a-\frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2}$

2- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي : $f(x) = cos4x + sin4x - \sqrt{2}sin8x$

أ- بين انه لكل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = \sqrt{2}\left[-2cos^2\left(4x-\frac{\pi}{4}\right) + cos\left(\left(4x-\frac{\pi}{4}\right)+1\right)\right]$

ب- بين انه لكل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = 2\sqrt{2}sin^2(2x-\frac{\pi}{8})\left[1 + 2cos(4x-\frac{\pi}{4})\right]$

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x) = 0$

تمرين 6: حل في $\mathbb{R}^2$ النظمة التالية :

$$\begin{cases} sin(3x-2y) = cos(x+y) \\ cos\left(\frac{x}{2}-3y-\frac{\pi}{4}\right) = sin(2x-y) \end{cases}$$