| الثانويـــــة الجـــاحظ التأهيليـــــة | سلسلة رقم 3 : المتتاليات العددية | السنة الدراسية : 2012/2013 |
|---|---|---|
| القســم : 1 علـــوم تجريبيـــة 1 | | مادة : الرياضيـــات |
| | | استاذ : عبدالفتاح قويـــدر |

**تمرين 1 :**

لتكن $(\mathbf{U_n})$ المتتالية العددية المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} \mathbf{U_0} = \frac{3}{2} \\ \mathbf{U_{n+1}} = \frac{2}{3-\mathbf{U_n}} \end{cases} ; \mathbf{n} \in \mathbb{N}$$

1) احسب $\mathbf{U_1}$ و $\mathbf{U_2}$

2) بين بالترجع $1 < \mathrm{U_n} < 2$

3) أ- تحقق من ان

$$\mathrm{U_{n+1}} - \mathrm{U_n} = \frac{(\mathbf{U_n}-1)(\mathbf{U_n}-2)}{3-\mathbf{U_n}}$$

ب- ادرس رتابة المتتالية $(\mathrm{U_n})$

4) نضع $\forall \mathrm{n} \in \mathbb{N} \quad V_\mathrm{n} = \frac{\mathbf{U_n}-1}{\mathbf{U_n}-2}$

أ- بين ان $(\mathbf{V_n})$ متتالية هندسية اساسها $\frac{1}{2}$

ب-حدد $\mathrm{V_n}$ بدلالة n

ت-استنتج $(\mathrm{U_n})$ بدلالة n و احسب نهاية $(\mathrm{U_n})$

**تمرين 2:**( الدورة العادية 2012)

:لتكن $(\mathbf{U_n})$ المتتالية العددية المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} \mathbf{U_0} = 11 \\ \mathbf{U_{n+1}} = \frac{10}{11}\boldsymbol{U_n} + \frac{12}{11} \end{cases} ; \mathbf{n} \in \mathbb{N}$$

1) تحقق من ان :

$\boldsymbol{U_{n+1}} - \mathbf{12} = \frac{10}{11}(\boldsymbol{U_n} - \mathbf{12})$ لكل n من $\mathbb{N}$

2) أ- بين بالترجع ان $\mathrm{U_n} < 12$ لكل n من $\mathbb{N}$

ب- بين ان $(\mathrm{U_n})$ تزايدية قطعا

ث- استنتج ان $(\mathrm{U_n})$ متقاربة

3) لتكن $(\mathrm{V_n})$ المتتالية العددية بحيث

$\forall \mathrm{n} \in \mathbb{N} \quad V_\mathrm{n} = U_\mathrm{n} - 12$

ا- باستعمال السؤال 1)بين ان المتتالية $(\mathbf{V_n})$ متتالية هندسية اساسها $\frac{10}{11}$ ثم اكتب$(\mathrm{V_n})$ بدلالة n

ب-بين ان $\mathrm{U_n} = \mathbf{12} - (\frac{10}{11})^{\boldsymbol{n}}$ ثم احسب نهاية المتتالية $(\mathrm{U_n})$

**تمرين 3:** (الدورة الاستدراكية 2012)

لتكن $(\mathbf{U_n})$ المتتالية العددية المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} \mathbf{U_0} = 3 \\ \mathbf{U_{n+1}} = \frac{3\boldsymbol{U_n}+4}{4\boldsymbol{U_n}+3} \end{cases} ; \mathbf{n} \in \mathbb{N}$$

1) بين بالترجع ان : $U_n > 1$ لكل n من $\mathbb{N}$

2) نضع $V_n = \frac{\boldsymbol{U_n}-1}{\boldsymbol{U_n}+1}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- تحقق من ان $1 - V_n = \frac{2}{\boldsymbol{U_n}+1}$ لكل n من $\mathbb{N}$

واستنتج ان $1 - V_n > 0$ لكل n من $\mathbb{N}$

ب- بين ان : $U_n = \frac{1+\boldsymbol{V_n}}{1-\boldsymbol{V_n}}$ لكل n من $\mathbb{N}$

3) أ- بين ان$(\mathrm{V_n})$ متتالية هندسية اساسها $\frac{1}{7}$ واكتب $V_n$ بدلالة n

ب-بين ان $\lim_{+\infty} V_n = 0$ ثم استنتج نهاية المتتالية $(\mathbf{U_n})$.

**تمرين 4:**(الدورة العادية 2011)

لتكن $(\mathbf{U_n})$ المتتالية العددية المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} \mathbf{U_0} = 1 \\ \mathbf{U_{n+1}} = \frac{\boldsymbol{U_n}}{8\boldsymbol{U_n}+5} \end{cases} ; \mathbf{n} \in \mathbb{N}$$

1) بين بالترجع ان : $U_n > 0$ لكل n من $\mathbb{N}$

2) نضع $V_n = \frac{1}{\boldsymbol{U_n}} + 2$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين ان$(\mathrm{V_n})$ متتالية هندسية اساسها5 واكتب $V_n$ بدلالة n

ب-بين ان $U_n = \frac{1}{3\times 5^{\boldsymbol{n}}-2}$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم استنتج نهاية المتتالية $(\mathbf{U_n})$

**تمرين 5:**(الدورة العادية 2010)

لتكن $(\mathbf{U_n})$ المتتالية العددية المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} \mathbf{U_0} = 2 \\ \mathbf{U_{n+1}} = \frac{3\boldsymbol{U_n}-1}{2\boldsymbol{U_n}} \end{cases} ; \mathbf{n} \in \mathbb{N}$$

1) بين بالترجع ان : $U_n > 1$ لكل n من $\mathbb{N}$

2) نضع $V_n = \frac{\boldsymbol{U_n}-1}{2\boldsymbol{U_n}-1}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين ان$(\mathrm{V_n})$ متتالية هندسية اساسها $\frac{1}{2}$

واستنتج ان $V_n = \frac{1}{3}(\frac{1}{2})^{\boldsymbol{n}}$ لكل n من $\mathbb{N}$

ب- بين ان $U_n = \frac{\boldsymbol{V_n}-1}{2\boldsymbol{V_n}-2}$ ثم استنتج

$\lim_{n\to+\infty} U_n = 1$