

سلسلة رقم 3 : المتتاليات العددية

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = f(U_n); \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

تمرين 1: نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بمايلي :

حيث f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كمايلي : $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

- (1) بين ان : $\forall x \in \mathbb{R}; f(x) \geq x$
 (2) استنتج رتبة المتتالية العددية (U_n)

تمرين 2 :

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}(1 + U_n); \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

(1) نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بمايلي :

بين بالترجع ان $\forall n \in \mathbb{N}; U_n > 1$

$$\begin{cases} V_0 = 2 \\ V_{n+1} = \sqrt{6 + V_n}; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

(2) نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة بمايلي :

بين بالترجع ان $\forall n \in \mathbb{N}; V_n > 1$

تمرين 3 :

لتكن (U_n) متتالية حسابية اساسها 3 وحدها الاول $U_0 = 2$

1- احسب U_1 و U_2

2- حدد U_n بدلالة n ، ثم احسب U_{99} و U_{100}

تمرين 4: لتكن (U_n) متتالية هندسية اساسها 2 وحدها الاول $U_0 = 3$

1- حدد U_n بدلالة n

2- نعتبر المتتالية (V_n) بحيث $V_n = (U_n)^2$ $\forall n \in \mathbb{N}$

3- بين ان (V_n) متتالية هندسية محددنا اساسها وحدها الاول

4- حدد V_n بدلالة n

$$\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = \frac{2}{3-U_n}; n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

تمرين 5 : لتكن (U_n) المتتالية العددية المعرفة بمايلي :

(1) احسب U_1 و U_2

(2) بين بالترجع $1 < U_n < 2$

(3) أ- تحقق من ان $U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n-1)(U_n-2)}{3-U_n}$

(4) ب- ادرس رتبة المتتالية (U_n)

(5) نضع $\forall n \in \mathbb{N} V_n = \frac{U_n-1}{U_n-2}$

أ- بين ان (V_n) متتالية هندسية اساسها $\frac{1}{2}$

ب- حدد (V_n) بدلالة n

ت- استنتج (U_n) بدلالة n

