

سلسلة رقم 1 : مبادئ في المنطق

تمرين 1 :

اعط نفي العبارات التالية , محددًا قيمة حقيقتها :

$$\forall x \in \mathbb{R}; x \geq 0 \text{ او } x \leq 0 : r \text{ و } (\exists p \in \mathbb{Z}); p^2 = 2 : P$$

$$\exists x \in \mathbb{N}; x + 1 > x^2 : q$$

تمرين 2 : (باستعمال الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس)

$$-1 \text{ بين ان } (n \text{ فردي}) \Rightarrow (n^2 \text{ فردي}) ; \forall n \in \mathbb{N}$$

-2 لتكن x و y و z اعداد حقيقية

$$\text{بين أن : } (y \leq \frac{1}{2}z) \text{ او } (x \leq \frac{1}{2}z) \Rightarrow (x + y \leq z)$$

تمرين 3 : (باستعمال الاستدلال بالتكافؤ)

$$-1 \text{ بين ان : } \sqrt{\frac{x^2+3x+1}{5}} \geq \sqrt{x} ; \forall x \in \mathbb{R}^+$$

$$-2 \text{ ليكن } a \text{ من } \mathbb{R} \text{ بحيث } |a - 2| \leq \frac{2}{3} \text{ بين ان } \frac{1}{10} \leq \frac{1}{3a+2} \leq \frac{1}{6}$$

تمرين 4 : (باستعمال الاستدلال بفصل الحالات)

$$-1 \text{ حل في } \mathbb{R} : x^2 + |x - 2| + 5 = 0$$

$$-2 \text{ حل في } \mathbb{R}^2 \text{ النظام : } \begin{cases} 2|x + 1| - y = 4 \\ |x + 2| + 2y = 6 \end{cases}$$

-3 بين انه اذا كان n و m من نفس الزوجية فإن $n + m$ عدد زوجي**تمرين 5 :** (باستعمال الاستدلال بالخلف)

$$(1) \text{ بين ان : } (\forall x \in \mathbb{R}) 4\cos x \neq x^2 - 4x + 12$$

$$(2) \text{ ليكن } a \text{ و } b \text{ و } c \text{ من } \mathbb{R}_+^* \text{ تحقق } a + b + c < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \text{ و } abc > 1$$

اثبت ان كل هذه الاعداد لا تساوي العدد 1

تمرين 6 : (باستعمال الاستدلال بالترجع)

$$-1 \text{ بين ان : } \forall n \in \mathbb{N}^*; 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$-2 \text{ بين ان : } \forall n \in \mathbb{N}; 7^n - 4^n \text{ يقبل القسمة على } 3$$

$$-3 \text{ ليكن التطبيق } f \text{ من } \mathbb{N} \text{ نحو } \mathbb{R} : \begin{cases} f(0) = 2 \\ f(n+1) = \frac{1}{10}f(n) + 9; n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

-ا احسب $f(1)$ و $f(2)$ -ب بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}; f(n) < f(n+1)$ -ج بين ان : $\forall n \in \mathbb{N}; 9 < f(n) < 10$ -د بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}; f(n) = 10 - \frac{1}{10^n}$

