المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2009
الموضوع

C:RS22

المادة:	الرياضيات	المعامل:	7
الشعب(ة) أو المسلك :	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	مدة الإنجاز:	3

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة .

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ،النقطة $A(2,2,-1)$ و المستوى (P) الذي معادلته هي $2x+y+2z-13=0$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,0,1)$ وشعاعها 3 .

0.75 — 1) أ- بين أن $x^2+y^2+z^2-2x-2z-7=0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة (S) وتحقق من أن A تنتمي إلى (S).

0.75 — ب- احسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (P) ثم استنتج أن المستوى (P) مماس للفلكة (S).

2) ليكن (D) المستقيم المار من النقطة A والعمودي على المستوى (P) .

0.75 — أ- بين أن $\vec{u}(2,1,2)$ متجهة موجهة للمستقيم (D) و أن $(6,-6,-3)$ هو مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}$.

0.75 — ب- احسب $\dfrac{\left\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}\right\|}{\|\vec{u}\|}$ ثم استنتج أن المستقيم (D) مماس للفلكة (S) في A .

التمرين الثاني (3 ن)

1 — 1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+25=0$

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، النقط A و B و C و D التي ألحاقها على التوالي هي : $a=3+4i$ و $b=3-4i$ و $c=2+3i$ و $d=5+6i$.

0.5 — أ- احسب $\dfrac{d-c}{a-c}$ ثم استنتج أن النقط A و C و D مستقيمية .

0.5 — ب- بين أن العدد $p=3+8i$ هو لحق النقطة P صورة النقطة A بالتحاكي h الذي مركزه B ونسبته $\dfrac{3}{2}$.

1 — ج- اكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $\dfrac{d-p}{a-p}$ ثم استنتج أن $\dfrac{\pi}{4}$ قياس للزاوية $\left(\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PD}\right)$ وأن $PA=\sqrt{2}\,PD$.

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على سبع كرات سوداء و كرتين بيضاوين. (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)
نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق .
ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق بعد سحب الكرتين.

0.5 — 1) حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .

1.5 — 2) بين أن : $P(X=0)=\dfrac{1}{36}$ و $P(X=1)=\dfrac{7}{18}$.

1 — 3) أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E(X)$.

التمرين الرابع (3 ن)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \dfrac{1+4u_n}{7-2u_n}$ لكل n من IN .

1 (1) تحقق من أن $1-u_{n+1} = \dfrac{6(1-u_n)}{5+2(1-u_n)}$ لكل n من IN ثم بين بالترجع أن $1-u_n > 0$ لكل n من IN .

(2) نضع : $v_n = \dfrac{2u_n - 1}{u_n - 1}$ لكل n من IN .

1 أ – بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{5}{6}$ ثم اكتب v_n بدلالة n .

1 ب- بين أن : $u_n = \dfrac{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 1}{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 2}$ لكل n من IN واستنتج نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الخامس (2 ن)

1 (1) حدد الدوال الأصلية للدالة $x \mapsto 2x(x^2-1)^{2009}$ على IR وتحقق من أن : $\displaystyle\int_1^{\sqrt{2}} 2x(x^2-1)^{2009}dx = \frac{1}{2010}$.

1 (2) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\displaystyle\int_0^2 (2x+1)\ln(x+1)dx = 6\ln 3 - 2$.

التمرين السادس (6 ن)

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على IR بما يلي : $f(x) = x\left(\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}\right)$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0.5 (1) أ– تحقق من أن : $f(x) = x\left(\dfrac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}\right)$ لكل x من IR .

1 ب– بين أن الدالة f زوجية وأن $f(x) - x = \dfrac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}}$ لكل x من IR .

1 ج – بين أن : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ و أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}} = 0$ ثم استنتج أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

0.5 (2) بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم (D) على المجال $[0,+\infty[$.

1 (3) أ– بين أن : $f'(x) = \dfrac{e^{4x}-1+4xe^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$ لكل x من IR وتحقق من أن : $f'(0) = 0$.

0.5 ب– بين أن : $e^{4x}-1 \geq 0$ لكل x من $[0,+\infty[$ ثم استنتج أن $e^{4x}-1+4xe^{2x} \geq 0$ لكل x من $[0,+\infty[$.

0.5 ج– ضع جدول تغيرات الدالة f على $[0,+\infty[$.

1 (4) أنشئ المنحنى (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف تحديدهما غير مطلوب) .